東京科学大学 CVE.D406『都市経済分析』　話題提供

定量空間経済学

2026 年 1 月 26 日 (月)

京都大学 経済研究所　大澤 実

mino-osawa.github.io

自己紹介

- 2012.03　東北大学 工学部　卒業
- 2014.03　東北大学 大学院 情報科学研究科　修士課程修了
- 2016.09　東北大学 大学院 情報科学研究科　博士課程修了
- 2016.10〜2020.03　東北大学 大学院 工学研究科　助教
- 2020.04〜　京都大学 経済研究所　助教

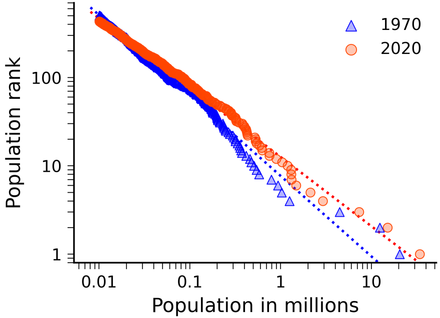
専門：

- 都市経済学，地域経済学，ゲーム理論

研究の関心：

- 人口・経済活動の集積メカニズムの理論とその体系化
- 進化ゲーム理論とその都市・交通への応用

日本における人口の集積と分散：大都市はより大きく



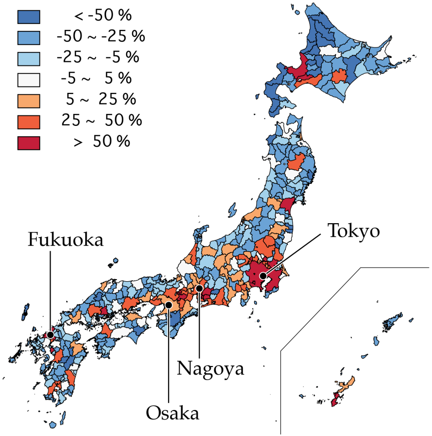


Fig left: Akamatsu-Mori-Osawa-Takayama, 2025.

日本における人口の集積と分散：各々の都市はより低密に

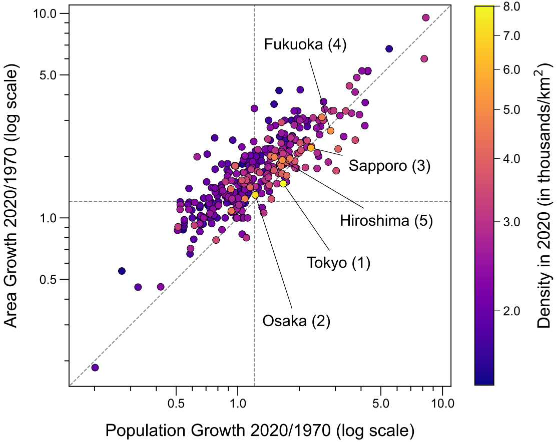
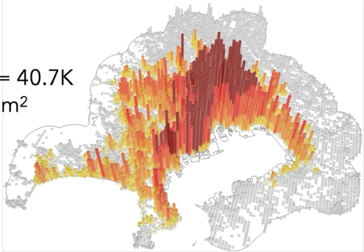
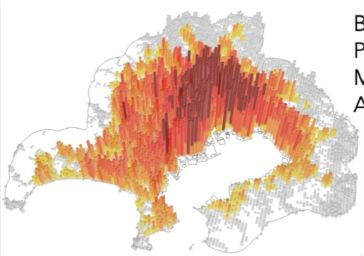


Fig: Akamatsu-Mori-Osawa-Takayama, 2025

日本における人口の集積と分散：各々の都市はより低密に

A. 1970
Pop. = 20.5M
Max. density = 40.7K
Area = 2.9K km²





B. 2020
Pop. = 34.2M
Max. density = 32.7K
Area = 4.3K km²

Fig: Mori-Murakami, 2025.

人口や経済活動の集積はなぜ・どこに・どのように生じるのだろうか？

本日の目的

人口分布という巨視的な変数の趨勢を占う **都市・地域経済学モデル** を概観する．更に，経済学分野における「**定量空間経済学** (Quantitative Spatial Economics)」の潮流とその課題，研究展望について議論する．

想定聴衆：交通系の修士・博士課程学生

---

1. 空間経済学モデル
   - 都市内スケール・地域間スケールの古典的な理論モデルの紹介
2. 定量空間経済学モデルとその課題
   - 2010 年代以降の 経済学分野における 定量型空間経済モデルの紹介

🚲 復習と準備運動

- 均衡分析とその基本的考え方
- 集団ゲームと変分不等式

交通・都市の均衡モデル

- 仮定する構造：**行動主体**（労働者／消費者，企業）の **利得最大化行動** から従う需要・供給.
- **均衡状態**：需要と供給とが何らかの基準で整合的になるような状態変数の組.
- 均衡モデリング：均衡状態として現実の人間行動のパターンを表現し，分析するアプローチ.

例 交通ネットワークの **静学的な経路選択モデル**

- 住宅地から都心への固定かつ連続的な交通需要 Q，n 通りの経路
- **経路**交通量パターン $\boldsymbol{q} = (q_1, q_2, \ldots, q_n) \mapsto$ 経路交通費用パターン $\mathbf{C}(\boldsymbol{q}) = (C_i(\boldsymbol{q}))_{i=1}^n$
- 例えば LOGIT (softmax) 型の **経路選択行動原理** $\mathbf{P}^\theta : \mathbb{R}^n \to \triangle_{n-1}$：

$$P_i^\theta(\mathbf{C}(\boldsymbol{q})) = \frac{\exp(-\theta C_i(\boldsymbol{q}))}{\sum_{k=1}^n \exp(-\theta C_k(\boldsymbol{q}))} \qquad (\theta > 0).$$

- 均衡状態：$\boldsymbol{q}^* = \mathbf{P}^\theta(\mathbf{C}(\boldsymbol{q}^*))$ を満足する交通量パターン $\boldsymbol{q}^*$（$+$ 対応する均衡経路コスト）

均衡モデルによる定量分析のメリット

1. 計測が存在しない／少ないデータ，あるいは計測が実際上不可能な潜在的なデータについて，**モデルが課す制約** によって補完が可能.
2. 経済理論に基づく ⇒ **便益指標** を論理整合的に構築可能.「(次善）最適」からの乖離の表現.
3. 高速道路・鉄道の開通など，回帰モデルが通常想定しない／できない **大きな変化** に対する応答を事前・事後で 試算 可能.「**反実仮想実験** (counterfactual experiment)」と呼ぶこともある.

高速道路網・都市鉄道など，交通基盤整備の事前評価のために，交通均衡モデル・都市均衡モデルは土木計画学・地域科学で多く研究・応用されてきた.

- **距離構造・地点の特徴** が空間経済学モデルの根源的要素 ⇒ 交通・都市政策はこれらへの介入
- 計算可能な都市経済学 (Computational Urban Economics; CUE) モデルおよび空間応用一般均衡 (Spatial Computable General Equilibrium; SCGE) モデルの実務での利用.

数理基盤の復習：集団ゲーム (population game)

都市・交通で取り扱う，離散的な選択を伴うような均衡モデルの基本的フレームを与える．

- 匿名的・均質な連続体の主体（ここでは総量を $1 > 0$ に基準化）
- 選択可能な **行動** (action) $a \in \mathcal{A} = \{1, 2, \ldots, n\}$
- $a \in \mathcal{A}$ を選択する主体の測度を x_a とすると，状態空間は $\mathcal{X} = \{x \geq \mathbf{0} : \sum_{a \in \mathcal{A}} x_a = L\}$
- **利得関数** $\boldsymbol{x} \mapsto v(\boldsymbol{x}) = (v_a(\boldsymbol{x}))_{a \in \mathcal{A}} \in \mathbb{R}^n$：状態 $\boldsymbol{x} \in \mathcal{X}$ における行動 $a \in \mathcal{A}$ の利得は $v_a(\boldsymbol{x})$．
- **均衡概念** を導入すると対応する均衡状態 $\boldsymbol{x}^*$ が与えられる（e.g., Nash 均衡, Logit 均衡）

※ どれだけモデルの定義が複雑になっても，均衡状態という前提に立つ限り根本的な構造は変わらない．（主体異質性，階層的選択，動学的選択，etc. ）

※ パラメータ θ が与えられたとき，均衡計算は 均衡が一意なら（原理的には）比較的容易に実行可能．パラメータ推定についても同様．

数理基盤の復習：集団ゲームと均衡分析

- 例：集団ゲームに対する **Nash 均衡** は次のような条件を満足する点 $\boldsymbol{x} \in \mathcal{X}$：

$$\begin{cases} v^* = v_a(\boldsymbol{x}) & \text{if } x_a > 0 \\ v^* \geq v_a(\boldsymbol{x}) & \text{if } x_a = 0 \end{cases} \qquad v^* = \max_a \{v_a(\boldsymbol{x})\}$$

- そのような点は次の **変分不等式問題** (variationary inequality) の解だった：

$$\text{Find } \boldsymbol{x} \in \mathcal{X} \text{ such that } \quad \langle v(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{y} - \boldsymbol{x} \rangle \leq 0 \quad \text{for all } \boldsymbol{y} \in \mathcal{X}.$$

- v が**積分可能**なら，更に次の最適化問題（**ポテンシャル最大化問題**）と対応づけられる：

$$\max_{\boldsymbol{x} \in \mathcal{X}} \; f(\boldsymbol{x}) \equiv \oint v(\boldsymbol{\omega}) \mathrm{d}\boldsymbol{\omega}$$

  - 特に f が凹関数なら凸最適化問題であり，解は存在して一意．
- Logit 均衡は Nash 均衡のエントロピー正則化版と見なせるのだった．

数理基盤の復習：問題クラスの対応関係

$$
\begin{tikzcd}
\boxed{\text{変分不等式問題}\ (\mathcal{X},\ v)} \arrow[r, Rightarrow, "\mathcal{X}=\mathbb{R}^n_+"] \arrow[d, Rightarrow, "v=\nabla f"] & \boxed{\text{相補性問題}\ (v)} \arrow[dl, Rightarrow, "v=\nabla f"] \\
\boxed{\text{非線形最適化問題}\ (\mathcal{X},\ f)} \arrow[d, Rightarrow, "f\text{:convex}"] & \\
\boxed{\text{凸最適化問題}\ (\mathcal{X},\ f)} &
\end{tikzcd}
$$

- 線形相補性問題
- 非線形相補性問題

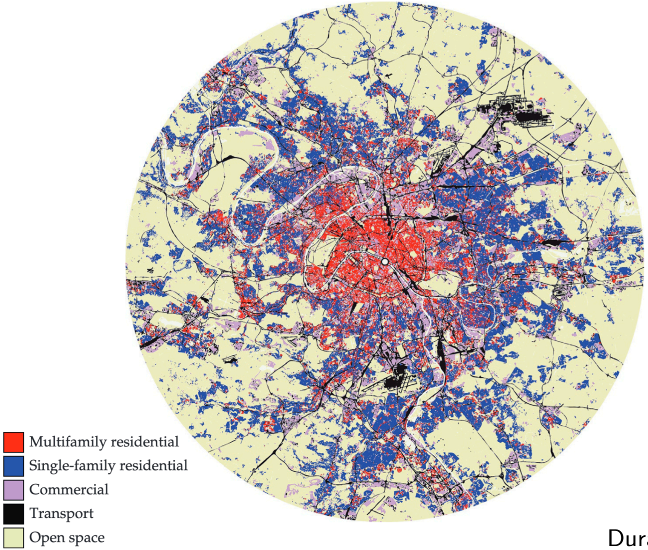
$F \equiv -v$ が **単調** な変分不等式問題・相補性問題に対応.

🚲 空間経済学概説

- 都市内スケールのモデル（土地利用モデル）
- 地域間スケールのモデル（経済地理学モデル）

参考文献

- 高橋 (2012)『**都市経済学**』有斐閣.
- 金本・藤原 (2016)『**都市経済学**』東洋経済新報社.
- Fujita (2008) **Urban Economic Theory** Cambridge.
- Duranton & Puga (2015) "Urban land use" in: Handbook of Urban and Regional Economics.
- Fujita, Krugman, Venables (1999). **The Spatial Economy: Cities, Regions, and International Trade**. MIT.（邦訳あり）
- Fujita & Thisse (2013) **Economics of Agglomeration: Cities, Industrial Location, and Globalization** (2nd Eds.) Cambridge.（邦訳あり）
- Akamatsu, Mori, Osawa, & Takayama (2025) Spatial scale of agglomeration and dispersion: Number, spacing, and the spatial extent of cities. Mimeo.



Duranton & Puga (2015)

都市内スケールの古典モデル：Alonso–Muth–Mills (AMM) モデル

通勤費用と**地代**との**負の効果の**トレードオフで都市内の労働者の居住パターンを表現．

- 都市経済学の入門的文献であれば必ず議論されるモデル．
- 中心業務地区 (CBD) で全ての業務が行われる状況で，労働者の居住地選択の結果として土地利用パターンを表現．（広い土地に安く住み長距離通勤するか，あるいはその逆か？）
- 基本的に負の外部性のモデル $\Rightarrow$ 問題の構造として凸性を持ち，解の特徴付けが比較的容易．
- 所得階層を組み込んだモデルは，提案当時のアメリカの居住パターンをよく説明した．また，「アメニティ」を導入したモデルは欧州の立地パターンを説明した．
- 基本的には，**都心から減少する地代（地価）勾配**を表現するモデルであり，また何らかの軸に従った**ソーティング**が起こる構造を持つモデル．

AMM モデル：簡単な具体例

- L 単位の連続的な労働者が存在する離散的な都市空間を考える．
- 居住地 $i = 1, 2, \ldots, n$，土地供給量 A_i．
- 全員 CBD へ通勤し，i からの通勤費用 c_i（定数）．
- 簡単のため，**効用** U は a を土地消費量，z をその他の財をまとめた消費量として

$$U(z, a) = z + f(a) \qquad \text{（仮定：} f' > 0, f'' < 0, \lim_{a \downarrow 0} f(a) = -\infty\text{）}$$

- 居住地 i に住んだ場合の労働者の予算制約：$z + r_i a \leq y - c_i$．
- 所得 y は全ての消費者に共通で十分大きい．
- 土地は「不在地主」に所有されており労働者は市場地代 r_i を操作できない．

全ての消費者が効用を改善できないような居住パターン $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ はどうなるか？

AMM モデル：簡単な具体例の分析 (1/3)

予算制約が等号で成立することから $z(a)=y-c_i-ra$．これを効用関数 $U(z,a)$ へ代入すると

$$u(a)\equiv U(z(a),a)=y-c_i-r_ia+f(a)$$

$u''=f''<0$ より最適性の必要十分条件は $u'(a)=-r_i+f'(a)=0$．特に，$f'>0$ から $r_i>0$．

ここで居住地 i の土地市場の均衡条件を考えてみる．居住人数を x_i，土地消費を a_i として

$$\begin{cases} x_ia_i=A_i & \text{if } r_i>0 \\ x_ia_i\leq A_i & \text{if } r_i=0 \end{cases} \qquad \Rightarrow a_i=A_i/x_i \quad (\because r_i>0)$$

また，最適性条件より $r_i=f'(A_i/x_i)$．ここから，居住地人口 x_i を変数とする利得関数は

$$v_i(x_i)=y-c_i+g(A_i/x_i) \qquad g(a)\equiv f(a)-af'(a)$$

AMM モデル：簡単な具体例の分析 (2/3)

この問題は **ポテンシャル最大化問題** として表現可能：

$$\max_{\boldsymbol{x}} \quad Z(\boldsymbol{x}) \equiv \sum_{i=1}^{n} \int_0^{x_i} v_i(\omega)\mathrm{d}\omega \quad \text{s.t.} \quad \boldsymbol{x} \in \mathcal{X}.$$

この均衡問題の均衡解は存在して一意．実際，$\nabla^2 Z(\boldsymbol{x}) = \mathrm{diag}[(v_i'(x_i))_{i=1}^n]$ だが，

$$v_i'(x_i) = -\frac{A_i}{x_i^2} \cdot g'(A_i/x_i) > 0 = -\frac{A_i}{x_i^2} \cdot \left(f'(\quad) - \frac{A_i}{x_i} f''(\quad) \right) < 0 \qquad (\because f' > 0, f'' < 0)$$

なので $\nabla^2 Z(\boldsymbol{x})$ は $\mathcal{X}$ 上負定値であり，有界閉凸領域上の凸最適化問題．

基本形の AMM モデルでは，$v_i'(x_i) < 0 \iff$ 同じ居住地に住む人が多いほど効用が減少する．
この構造は交通分野の経路選択モデルと同型 (congestion game)．

AMM モデル：簡単な具体例の分析 (3/3)

更に $f(a) = \eta \log a$ としてみる．$f'(a) = \eta/a$ から $g(a) = f(a) - af'(a) = \eta \log a - \eta$．従って

$$v_i(x_i) = y - \eta - c_i - \eta \log \frac{x_i}{A_i}.$$

ここから，等価最適化問題の目的関数は（定数を除き），次のように計算できる：

$$Z(\boldsymbol{x}) = \sum_i (-c_i + \eta \log A_i) x_i + \eta \sum_i x_i \log x_i$$

このとき，均衡解は全 i について $v_i(x_i) = v^*$ を満たし，以下のように与えられる：

$$x_i^* = \frac{A_i \exp(-\eta^{-1} c_i)}{\sum_{k=1}^n A_k \exp(-\eta^{-1} c_k)} L \qquad v^* = \eta \log \sum_{k=1}^n A_i \exp(-\eta^{-1} c_k) + \text{const.}$$

AMM モデル：簡単な具体例の分析のまとめ

均衡居住パターンの性質：

$$x_i^* = \frac{A_i \exp(-\eta^{-1} c_i)}{\sum_{k=1}^n A_k \exp(-\eta^{-1} c_k)}$$

- 居住地の土地供給 A_i が大きいほど居住人数は大きい．
- 居住地からの交通費用 c_i が大きいほど居住人数は小さい．

$\rightarrow$ 定性的に尤もらしい特徴を捉えていると思われる．

別の言い方をすると，これらの性質をモデルを定式化した時点で組み込んでおり，これ以上の非自明な性質をこのモデルがその **構造によって** 捉えることはできない．

もちろん，異質な労働者の考慮をはじめとして多種多様な一般化が存在する．特に，CUE モデルは（ものすごく大雑把には）このような構造のモデルに交通ネットワーク均衡を組み合わせたもの．

復習：集積の経済と都市の形成

- AMM モデルにおけるパターン形成の根本要因：CBD という「中心」の存在．モデルの内部では，「**なぜそこに CBD が存在するのか？**」というメカニズムは問わない．
- 大都市が存在するのは循環的な **集積の経済** (agglomeration economies) があるため．
  - **Sharing（共有）**：インフラや専門サービスを含む中間投入財を多くの利用者が共同で利用できる．規模が大きい市場ほど，固定費が分担され多様な財・サービスの供給が可能に．例：物流拠点，金融サービス ／ 映画館，美術館，ニッチブランド．
  - **Matching（適合）**：多様な企業・労働者が密集 ⇒ より良い相手（人・取引先）を見つけやすくなる．労働市場・取引市場での探索効率が上昇．大きな都市ほどミスマッチが減る．
  - **Learning（学習 / 知識スピルオーバー）**：対面の相互作用を通じて，暗黙知・技術・ノウハウが波及する．IT の発展後も，暗黙知 (tacit knowledge) 共有には地理的近接が依然重要．例：偶然の出会い，現場観察，模倣・競争による改善．

Beckmann の Social Interaction モデル

- 都市の中心の存在を予め仮定せず，集積の経済による都心形成を表現する．
- 立地主体の利得関数が以下だとしよう：

$$v_i(\boldsymbol{x}) = E_i(\boldsymbol{x}) - c_i(x_i).$$

- E_i は地点 i で享受できる**正の立地外部性**．$\phi_{ij} = \exp(-\beta \ell_{ij}) \in (0, 1]$ を地点 j に住む主体一人あたりが地点 i にもたらす（距離 ℓ_{ij} に対して減衰的な）正の立地外部性の大きさとして

$$E_i(\boldsymbol{x}) = \sum_{j=1}^{n} \phi_{ij} x_j \qquad \text{（近くに他の人が多いほどうれしい = 集積の経済）}$$

- $c_i(\cdot)$ は地点 i の **混雑外部性** ．

Beckmann モデル：等価最適化問題

- $\phi_{ij} = \phi_{ji}$ ならばポテンシャルが存在し，最適化問題に帰着可能．
- 具体的には，$\mathbf{D} = [\phi_{ij}]$ として，対応するポテンシャル最大化問題は

$$\max_{\boldsymbol{x}} Z(\boldsymbol{x}) \equiv \frac{1}{2}\boldsymbol{x}^\top \mathbf{D}\boldsymbol{x} - \sum_{i=1}^{n} \int_0^{x_i} c_i(\omega)\mathrm{d}\omega \quad \text{s.t.} \quad \boldsymbol{x} \in \mathcal{X}.$$

- 再び簡単のため $c_i(x_i) = \alpha \log x$ とすると

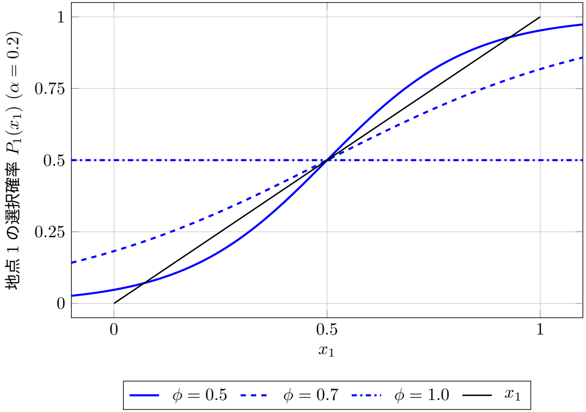
$$Z(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{2}\boldsymbol{x}^\top \mathbf{D}\boldsymbol{x} - \alpha \sum_i x_i \log x_i$$

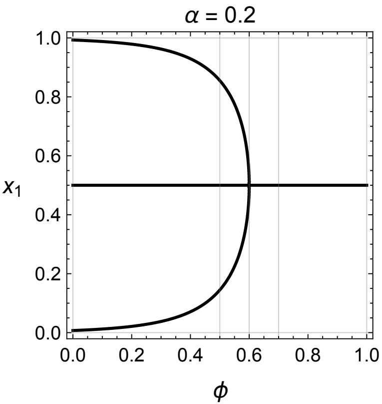
であり，均衡解は次の **不動点問題** の解：

$$x_i = P_i(\boldsymbol{x})L \quad \text{where} \quad P_i(\boldsymbol{x}) = \frac{\exp(\alpha^{-1}E_i(\boldsymbol{x}))}{\sum_k \exp(\alpha^{-1}E_k(\boldsymbol{x}))}$$

Beckmann モデル：2 地点の場合

$L = 1, \phi_{ii} = 1, \phi_{ij} = \phi_{ji} = \phi$ とする．異なる ϕ のレベルに対応する不動点 $x_1 = P_1(x_1)$ は？





Beckmann モデル：均衡の一意性

- このモデルでは **複数均衡** が生じうる（集中形成解・分散解）．モデルの予測は初期値に依存．
- **一意性の十分条件**：

$$\nabla^2 Z(\boldsymbol{x}) = \nabla \boldsymbol{v}(\boldsymbol{x}) = \mathbf{D} - \nabla \boldsymbol{c}(\boldsymbol{x})$$

 が実行可能領域で **条件付き負定値** (CND) であれば Z は凹関数であり，解（$=$ 予測）は一意．

（CND: $\quad z^\top M z < 0 \quad \forall z : \sum_a z_a = 0 \quad$）

- 集積の経済を表現するならば $\mathbf{D}$ は正定値：CND となるためには **混雑効果が集積効果を上回る必要がある**．
- 先の 2 地点の数値例では $\phi > 0.6$ がこれに相当．

Beckmann モデル：均衡の一意性と集積力・分散力の構造

- 更に簡単のため $\boldsymbol{c}(\boldsymbol{x}) = \alpha \boldsymbol{x}$ として，改めて 2 地点の場合で Z の凸性を考えよう．
- $\boldsymbol{c}(\boldsymbol{x}) = \alpha \boldsymbol{x}$ なら，$\mathbf{A} = \mathbf{D} - \alpha \mathbf{I}$ として $Z(\boldsymbol{x}) = -\frac{1}{2}\boldsymbol{x}^\top \mathbf{A}\boldsymbol{x}$．2 地点の場合

$$\nabla^2 Z(\boldsymbol{x}) = \mathbf{D} - \alpha \mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & \phi \\ \phi & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \alpha \end{bmatrix}$$

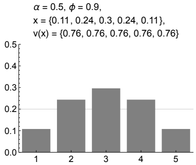
  の興味ある固有値は

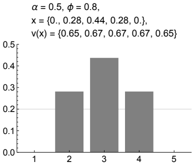
$$\lambda = (1 - \phi) - \alpha$$

- ここで $(1-\phi)$ が **分散状態** $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ **における** **集積力** を，$-\alpha$ が **分散力** を，それぞれ表現する．
  - $\phi \in (0,1)$ が大きい（距離減衰が小さい）ほど，分散状態から集積するメリットは減少．
  - 一方，$\phi \in (0,1)$ の値によらず，混雑項 $\boldsymbol{c}(\boldsymbol{x})$ は局所的な人口に比例する．
- $\lambda < 0$ なら Z は（条件付き）負定値．その条件は **分散力が十分強いこと**（非線形 $\boldsymbol{c}$ でも同様）

Beckmann モデル：一意性と空間パターン

- $\boldsymbol{c}(\boldsymbol{x}) = \alpha \boldsymbol{x}$ かつ線分 5 地点の場合の均衡解の例.
- 均衡が一意なケース（左），複数均衡のケース（右）.（なお右は不安定均衡）





- 均衡が一意であっても **地理的優位性** によって空間の中央付近への集積は生ずる.
- しかし，異なる場所に都心が形成される可能性は一意均衡のパラメータ範囲では表現されない.
- Open Question：内生的な集積力（所謂「**第二の自然** (second nature)」と地理的優位性（「**第一の自然** (first nature)」）との相対的重要度をどのように定義・計測すればよいだろうか？

業務地区の形成：Ogawa–Fujita モデル (1/2)

- **企業と労働者の相互作用** による都市内構造の形成（≈ Beckmann + AMM）
- 企業分布 $\boldsymbol{m} = (m_i)$，労働者の居住・通勤パターン $\boldsymbol{n} = (n_{ij})$
- 土地市場・労働市場における需給均衡条件 $\mapsto$ 地代 $r_i(\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n})$・賃金 $w_i(\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n})$
- 企業の利潤：

$$\pi_i(\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}) = \underbrace{F_i(\boldsymbol{m})}_{\text{売上：正の立地外部性を仮定}} - w_i(\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}) \underbrace{L}_{\text{労働需要}} - r_i(\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}) \underbrace{s^{\mathrm{f}}}_{\text{土地需要}}$$

- 労働者の効用：

$$v_{ij}(\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}) = w_j(\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}) - \underbrace{t\ell_{ij}}_{\text{通勤費用}} - r_i(\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}) \underbrace{s^{\mathrm{w}}}_{\text{土地需要}}$$

業務地区の形成：Ogawa–Fujita モデル (2/2)

- **均衡状態**：以下と整合的な $(\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}, \boldsymbol{w}, \boldsymbol{r})$
  1. 企業の利潤最大化行動（立地選択）
  2. 労働者の効用最大化行動（居住地・勤務先選択）
  3. 市場均衡（賃金・地代の決定）
- このモデルの特長
  - 企業間の **集積の経済** が存在 ⇒ 業務地区が内生的に形成される（cf. Beckmann モデル）
  - 労働者の通勤パターンを表現可能．（cf. AMM モデル）
  - 企業・労働者が土地市場で競合 ⇒ **業務地区・居住地区の別** が均衡で決まる

Ogawa–Fujita モデル：等価最適化問題とその性質

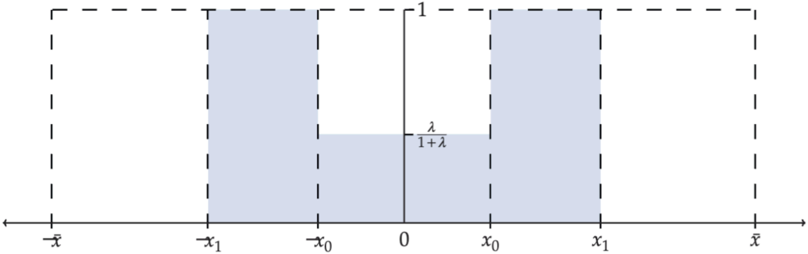
企業の交通費用行列を $\mathbf{T}$ として，$\mathbf{F}(\boldsymbol{m}) = \bar{F}\mathbf{1} - \mathbf{T}\boldsymbol{m}$ とすると，等価なポテンシャル最大化問題は

$$
\begin{aligned}
\max_{(\boldsymbol{m},\boldsymbol{n})\geq \mathbf{0}} \quad & -\frac{1}{2}\boldsymbol{m}^\top \mathbf{T}\boldsymbol{m} - t\sum_{i,j}\ell_{ij}n_{ij} & & \\
\text{s.t.} \quad & A_i \geq s^{\mathrm{w}}\sum_j n_{ij} + s^{\mathrm{f}} m_i & \forall i \quad & \text{（土地供給制約： } r_i\text{）} \\
& \sum_i n_{ij} \geq L m_j & \forall j \quad & \text{（労働供給制約： } w_j\text{）} \\
& \sum_{ij} n_{ij} = N & & \text{（主体数保存： } \bar{v}\text{）}
\end{aligned}
$$

- このモデルでは労働者の通勤費用が分散力として働く．

Ogawa–Fujita モデル：均衡立地パターン

- 多数の立地点が 1 次元上に並んでいる状況を考える $\approx$ 1 次元線分
- 均衡立地パターン（網掛けが企業の占有率）：



- 複数の業務センター，職住混合地域，住宅地の形成．

Image: NASA

地域間の集積：Krugman モデル

- 「一般均衡」型の，地域間交易を考慮した地域間（都市間）立地モデル．
- 労働者が生産と消費の双方で重要であることから，**金銭的な立地外部性** (pecuniary externality) による循環的集積効果を表現．（労働者の地域間移住は生産要素市場・財市場の双方へ影響．）
- 労働者の利得関数の構造（簡略化バージョン，労働者 $\approx$ 企業）：
  - $M_i(\boldsymbol{x}) = \sum_{k=1}^{n} \phi_{ik} x_k$ として

$$v_i(\boldsymbol{x}) = \underbrace{\alpha \log M_i(\boldsymbol{x})}_{\text{消費者の市場アクセス}} + \underbrace{w_i(\boldsymbol{x})}_{\text{賃金}} \qquad \text{where} \qquad w_i(\boldsymbol{x}) = \beta \sum_{j=1}^{n} \frac{\phi_{ij}}{M_j(\boldsymbol{x})}(x_j + l_i)$$

  - 賃金は地域間の交易条件によって定まる．
  - l_i は空間的に分布した何らかの不動要素 (immobile factor) で，**地域間競争効果**を生ずる．
- このモデルは積分不可能（等価最適化問題はない）．

地域間の集積：Helpman モデル

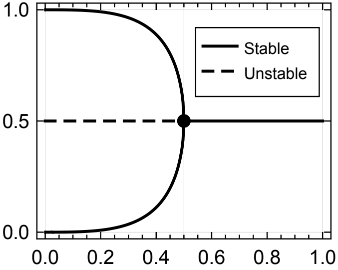
- 都市の混雑費用を考慮したモデル．**構造は Beckmann モデルに近い．**
- 労働者の利得関数の構造（簡略化バージョン，労働者 ≈ 企業）：
  - $M_i(\boldsymbol{x}) = \sum_{k=1}^{n} \phi_{ik} x_k$ として

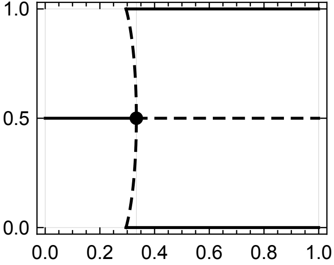
$$v_i(\boldsymbol{x}) = \underbrace{\alpha \log M_i(\boldsymbol{x})}_{\text{消費者の市場アクセス}} + \underbrace{w_i(\boldsymbol{x})}_{\text{賃金}} - \beta \log \frac{x_i}{A_i} \qquad \text{where} \qquad w_i(\boldsymbol{x}) = \beta \sum_{j=1}^{n} \frac{\phi_{ij}}{M_j(\boldsymbol{x})} x_j$$

  - 賃金：地域間の交易条件によって定まるが，**集まれば集まるほど上昇．**
  - 不動の要素は存在せず，都市内モデル風の**局所的な混雑効果**が存在．
- このモデルも積分不可能．このように，多くの一般均衡型空間経済学モデルには最適化問題による表現は存在しない．
- しかし，モデルの挙動は，等価最適化問題の存在するクラスのモデルから経験的には類推可能．

Helpman モデル と Krugman モデル：集積形態

2 地域モデルにおける **複数均衡下での** 集積挙動．$[\phi_{ij}] = \begin{bmatrix} 1 & \phi \\ \phi & 1 \end{bmatrix}$．横軸 ϕ，縦軸地域 1 人口シェア．

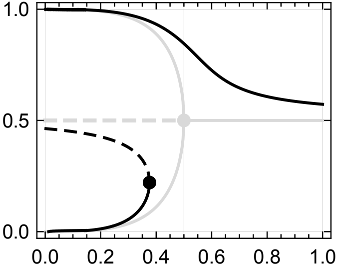


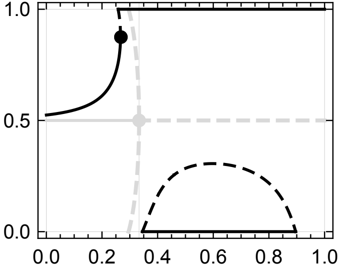


Krugman モデルは ϕ の上昇に伴って集積が，Helpman モデルでは分散が生じる．

Helpman モデル と Krugman モデル：集積形態

地域 1 に絶対的な地理的優位性 (first nature advantage) があっても定性的挙動は変わらない．

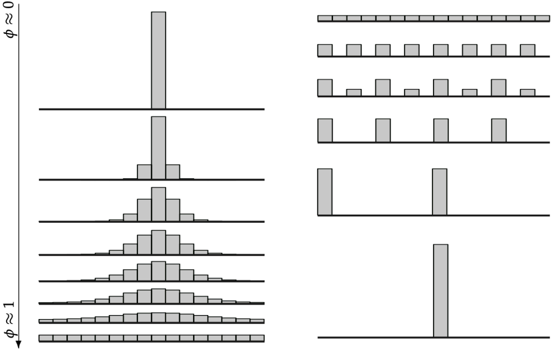




- 集積の経済が存在するような理論モデルでは，似たようなモデルでもどちらの構造を採用するかで「輸送費用の低下」という同じ反実仮想実験の定性的結果が異なる．

Helpman モデル と Krugman モデル：集積形態

多地域空間では，**空間的パターン** も定性的に異なる（単峰的・多峰的）.



(A) Type L (B) Type G

🚲 定量空間経済学 (QSE)

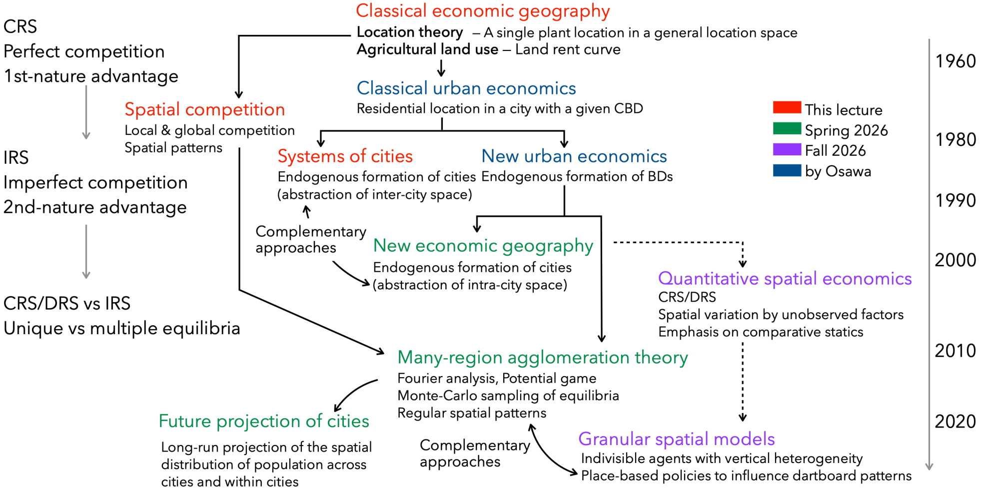
- 基本的背景
- 地域間スケールのモデル
- 都市内スケールのモデル
- 成果と課題

参考文献

- Redding, S. J., & Rossi-Hansberg, E. (2017). Quantitative spatial economics. *Annual Review of Economics*, 9(1), 21-58.
- Allen, T., & Arkolakis, C. (2025). Quantitative regional economics. (**Handbook**)
- Redding, S. J. (2025). Quantitative urban economics. (**Handbook**)
- Desmet, K., & Parro, F. (2025). Spatial Dynamics. (**Handbook**)
- 中島 (2024)『**空間経済学の実証研究：数量空間経済学とオルタナティブデータ**』(QSE について現状最も詳しい和書)
- Graham, D. J. & Hörcher, D. (2024). A quantitative urban model for transport appraisal. DfT 向けに書かれたサーベイであり，交通経済学・交通工学的な動機と近しい観点．

※ より広範に空間経済学の最新の研究動向を見たい場合は，**Handbook** of Urban and Regional Economics (Vol.6) の他の章も参照されたい．

Economics of Agglomeration and Urban/Regional Economics



Source: Tomoya Mori "Agglomeration" (2025 ver)

QSE 勃興の背景

- 都市・地域の理論モデルに対する不満：
  - Krugman 系のモデル以降，複数均衡の存在などに起因する分析の困難性により，2 地域モデル・1 次元空間・均質空間など，非常に単純化された (stylized) モデルによる分析が中心．
  - しかし，やはり定量的な政策評価を実現したい．
- 環境材料：空間解像度の比較的高いデータ・GIS の発展・安価で高速な計算機とコーディング環境という，空間経済分析のための研究環境の準備が整った状況．
- モデリング：Eaton–Kortum (Econometrica, 2002) による国際貿易論へのランダム効用理論的なフローモデルの導入（**構造重力モデル** (structural gravity equation)）．

以上の背景が組み合わさり，都市・地域モデルによる定量分析が経済学のトップジャーナル（**Top 5**）に掲載されるようになった．（交通工学・地域科学でも古くから研究されてきた）

地域間スケール Quantitative Spatial Model (QSM)：Allen–Arkolakis モデル

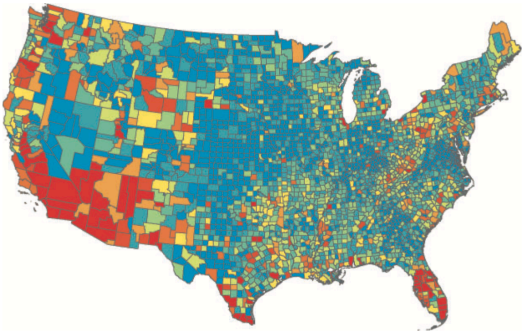
- **Helpman/Beckmann 型のモデル** $\Rightarrow$ 十分に強い **局所的混雑効果** で均衡の一意性．
- その場合，実質的には AMM モデル的な構造から観測された人口を均衡として「再現」可能．
- 復習：AMM モデルの均衡居住パターンは

$$x_i^* = \frac{A_i \exp(-\eta^{-1} c_i)}{\sum_{k=1}^n A_k \exp(-\eta^{-1} c_k)}$$

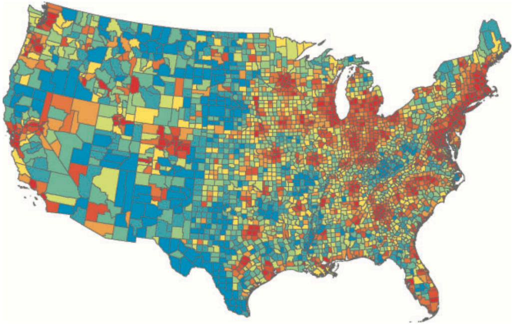
- $\mathbf{A}$ を任意パラメータとして調整することで，任意の観測分布 $\bar{\boldsymbol{x}}$ が均衡状態として実現可能．
- 均衡が一意であるから，例えば $\boldsymbol{c}$ **の変化に対する応答も一意** $\Rightarrow$ 試算結果が一意になる．
- Allen–Arkolakis モデルは実際にはもっと凝ったモデルであり，統計的に推定可能な弾力性値等は推定していたりするが，大まかなロジックは変わらない．

Allen–Arkolakis モデル：設定された任意パラメータ

- 「アメニティ」と「生産性」



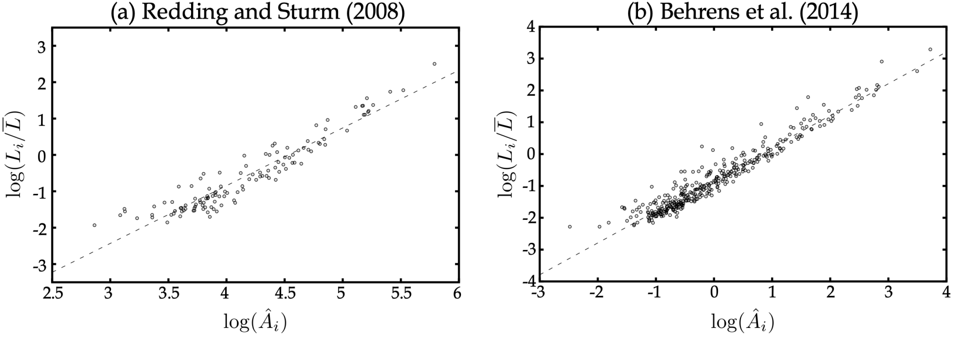
Exogenous amenity



Exogenous productivity

- 都市部に偏っている，ような…….

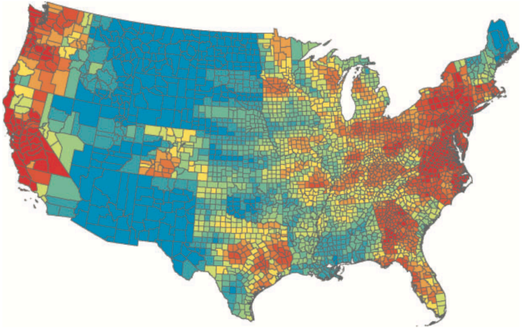
QSM で設定される任意パラメータ

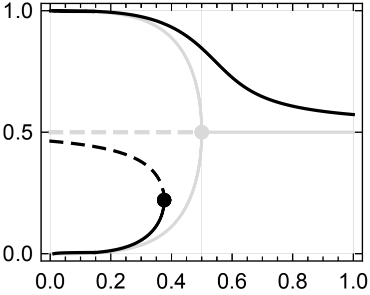


現状，一意均衡を仮定する QSM においては，実際の人口分布のほとんどはこれらの「アメニティ」（= モデル残差）で表現されており，外生的な交通費用構造・モデルのメカニズムの寄与は限定的な面がある．

Allen–Arkolakis モデル：高速道路の除去実験

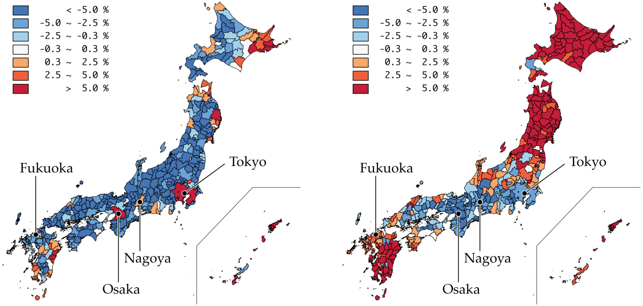
- 高速道路の除去（交通費用の上昇）は，都市域への人口集中を導く．
- これは単純化されたモデルでの挙動を連想させる．

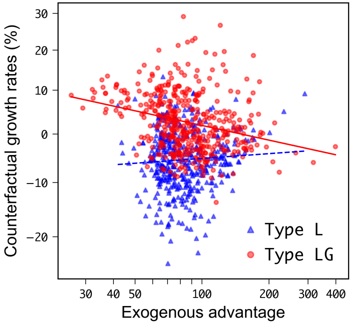




Sugimoto et al. (2025) モデル：QSM における反実仮想の質的違い

- 交通費用の上昇が **分布** にもたらす影響は，モデルの性質（Helpman 的（左） vs. Krugman 的（右））に依存して **定性的に全く異なる．どのモデルを用いるとよいのだろうか？**





Sugimoto, T., Takayama, Y., and Takagi, A. (2025). Transport Policy, Vol.172, 103738.

むすび

- 定量空間経済分析は経済学分野では過去 10 年の間に地位を確立している．しかし，実務で利用可能となるためには未だ発展段階といえる (Graham & Höcher, 2024)．特に，従来の理論モデルから得られている定性的な知見や，過去の交通工学・地域科学における研究蓄積との接続が不足している．
- QSM は複雑化の一途を辿っており，柔軟にデータを表現・解釈可能になっているが，静学モデルの性質（e.g., 反実仮想の方向の質的違い）は引き継がれる．特に **事前評価** においては，どのように結果を解釈するべきか慎重に整理する必要がある．
- 結果の（適当な意味での）信頼性を担保するために，なにか新しい発想が必要だと思われる．交通分野における長い研究蓄積が何らかのヒントやブレークスルーを与えるかもしれない．

文献案内

空間経済学の入門書

- Brakman, S., Garretsen, H., & Van Marrewijk, C. (2019). **An Introduction to Geographical and Urban Economics: A Spiky World**. Cambridge.
- 金本・藤原. (2016). 『都市経済学』東洋経済新報社.
- 中島・手島・山﨑 (2025)『歩いて学ぶ都市経済学』. また，その**付録 D** の文献案内.

土木計画分野の定量型空間経済学モデルについて

- 小池・石倉・堤. (2012). 特集 『土木計画における経済均衡モデル研究の最新動向：応用一般均衡モデルと応用都市経済モデル』. 土木学会論文集 D3 (土木計画学), 68(4), 285-290.
- 石倉・小池. (2020). 特集 『土木計画学における空間的応用一般均衡分析–現在の到達点–』. 土木学会論文集 D3 (土木計画学), 76(2), 63-71.

シニア研究者による比較的新しいサーベイ

- Proost, S., & Thisse, J. F. (2019). What can be learned from spatial economics?. *Journal of Economic Literature*, 57(3), 575-643.
- Henderson, J. V., & Thisse, J. F. (2024). Urban and spatial economics after 50 years. *Journal of Urban Economics*, 144, 103711.

複数均衡・経路依存性・存続性 (persistence) の話題

- Lin, J., & Rauch, F. (2022). What future for history dependence in spatial economics? *Regional Science and Urban Economics*, 94, 103628.
- Allen, T., & Donaldson, D. (2022). Persistence and path dependence: A primer. *Regional Science and Urban Economics*, 94, 103724.